

KARTA PRZEDMIOTU**I. Dane podstawowe**

Nazwa przedmiotu	Analiza funkcjonalna
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Functional analysis
Kierunek studiów	matematyka
Poziom studiów (I, II, jednolite magisterskie)	I stopnia
Forma studiów (stacjonarne, niestacjonarne)	stacjonarne
Dyscyplina	matematyka
Język wykładowy	polski

Koordynator przedmiotu	dr Wiesław Głowczyński
------------------------	------------------------

Forma zajęć (<i>katalog zamknięty ze słownika</i>)	Liczba godzin	semestr	Punkty ECTS
wykład	30	VI	5
konwersatorium			
ćwiczenia	30	VI	
laboratorium			
warsztaty			
seminarium			
proseminarium			
lektorat			
praktyki			
zajęcia terenowe			
pracownia dyplomowa			
translatorium			
wizyta studyjna			

Wymagania wstępne	Wykłady Algebra liniowa z geometrią, Analiza matematyczna, Topologia
-------------------	----------------------------------------------------------------------

II. Cele kształcenia dla przedmiotu

C_01 Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami analizy funkcjonalnej jako teorii matematycznej łączącej algebrę liniową i topologię przestrzeni metrycznych.

III. Efekty uczenia się dla przedmiotu wraz z odniesieniem do efektów kierunkowych

Symbol	Opis efektu przedmiotowego	Odniesienie do efektu kierunkowego
WIEDZA		
W_01	Student rozumie znaczenie matematyki i jej zastosowań, w szczególności jej rolę w kontekście dylematów współczesnej cywilizacji.	K_W01,
W_02	Student dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń.	K_W02,
W_03	Student rozumie budowę teorii matematycznych, potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk.	K_W03,
W_04	Student zna i rozumie w zaawansowanym stopniu wybrane pojęcia i twierdzenia stanowiące podstawową wiedzę z zakresu matematyki wyższej, w szczególności z zakresu: analizy matematycznej, algebry, geometrii, logiki, miary i całki, probabilistyki, równań różniczkowych, statystyki, teorii mnogości, topologii oraz innych wybranych działów matematyki i jej zastosowań.	K_W04,
W_05	Student zna podstawowe przykłady zarówno ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i pozwalające obalić błędne hipotezy lub nieuprawnione rozumowania.	K_W05
UMIĘTNOŚCI		
U_01	Student potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje.	K_U01,
U_02	Student posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym.	K_U02,
U_03	Student umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne.	K_U03,
U_04	Student umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych.	K_U04,
U_05	Student potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich.	K_U05,
U_06	Student posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki.	K_U06,
U_07	Student potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych, i opisywać ich własności.	K_U09,
U_08	Student posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów.	K_U10

KOMPETENCJE SPOŁECZNE		
K_01	Student jest gotów do uwzględniania ograniczeń własnej wiedzy i umiejętności, adekwatnej oceny poziomu swoich kompetencji, swoich słabych stron, konieczności stałego doskonalenia swoich zawodowych kompetencji, a jednocześnie zna swoje mocne strony i prezentuje krytyczną postawę wobec opinii nie popartych racjonalnym uzasadnieniem.	K_K01,
K_02	Student jest gotów do popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej.	K_K05

IV. Opis przedmiotu/ treści programowe

1. WYBRANE WIADOMOŚCI Z ALGEBRY LINIOWEJ. Przestrzenie liniowe. Baza i wymiar przestrzeni liniowej. Istnienie bazy i poprawność definicji wymiaru. Przykłady nieskończone wymiarowych przestrzeni liniowych. Operatory liniowe. Specjalne klasy zbiorów w przestrzeniach liniowych. Nierówności Hödera i Minkowskiego.

2. PRZESTRZENIE UNORMOWANE I PRZESTRZENIE BANACHA. Normy. Pojęcie przestrzeni unormowanej i przestrzeni Banacha. Podprzestrzenie przestrzeni unormowanych. Przykłady przestrzeni unormowanych. Przykłady przestrzeni Banacha. Ciągłość działań w przestrzeniach unormowanych. Ciągłość operatorów liniowych. Norma operatora liniowego. Szeregi w przestrzeniach unormowanych. Bazy Schaudera. Zbiory liniowo gęste. Izometrie i izomorfizmy przestrzeni unormowanych. Porównywanie norm. Normy równoważne. Przestrzenie unormowane skończonego wymiaru.

3. PRZESTRZENIE CIĄGŁYCH OPERATORÓW LINIOWYCH. PRZESTRZENIE DUALNE. Przestrzenie unormowane $L(X, Y)$. Przestrzenie dualne do pewnych przestrzeni Banacha.

4. KLASYCZNE ZASADY ANALIZY FUNKCJONALNEJ. Zbieżność punktowa ciągów ciągłych operatorów liniowych. Twierdzenie Banacha-Steinhaus (Zasada jednakowej ograniczoności). Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu otwartym. Twierdzenie Banacha o wykresie domkniętym. Twierdzenie Hahna-Banacha. Twierdzenia o oddzielaniu zbiorów wypukłych.

4. PRZESTRZENIE HILBERTA. Iloczyn skalarny. Przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta. Nierówność Schwarz. Przykłady przestrzeni Hilberta. Tożsamość równoległoboku. Ciągłość iloczynu skalarnego. Ortogonalność. Metryczna charakteryzacja ortogonalności. Układy ortogonalne. Aproksymacja elementami zbioru wypukłego. Twierdzenie o rozkładzie ortogonalnym. Reprezentacja ciągłych funkcjonałów liniowych. Szeregi ortogonalne. Układy ortonormalne. Ortogonalizacja Grama-Schmidta. Bazy przestrzeni Hilberta.

5. OPERATORY ZWARTE. Pojęcie operatora zwanego. Charakteryzacje zbiorów zwartych w pewnych przestrzeniach Banacha. Twierdzenie Schaudera. Operatory ograniczenie domknięte

V. Metody realizacji i weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody dydaktyczne (lista wyboru)	Metody weryfikacji (lista wyboru)	Sposoby dokumentacji (lista wyboru)
WIEDZA			
W_01	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
W_02	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
W_03	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
W_04	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
W_05	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
UMIEJĘTNOŚCI			
U_01	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
U_02	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
U_03	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
U_04	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
U_05	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
U_06	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół

U_07	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
U_08	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
KOMPETENCJE SPOŁECZNE			
K_01	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół
K_02	Wykład konwencjonalny /Ćwiczenia praktyczne	Egzamin / Test	Protokół

VI. Kryteria oceny, wagi...

Egzamin (dla osób, które zaliczyły ćwiczenia): w grupach poniżej ośmiu osób ustny, powyżej pisemny i ustny dla osób, które nie uzyskały z egzaminu pisemnego 50% sumy punktów;

91% – 100% bardzo dobry (5.0)

81% – 90% dobry plus (4.5)

71% – 80% dobry (4.0)

61% – 70% dostateczny plus (3.5)

50% -60% dostateczny

mniej niż 50% i nie zadany egzamin ustny - niedostateczny (2.0).

W grupach poniżej 8 osób zaliczenie ćwiczeń następuje na podstawie aktywności na zajęciach, powyżej

kolokwium pisemne; próg zaliczeniowy kolokwium 50% sumy punktów;

91% – 100% bardzo dobry (5.0)

81% – 90% dobry plus (4.5)

71% – 80% dobry (4.0)

61% – 70% dostateczny plus (3.5)

50% – 60% dostateczny (3.0)

mniej niż 50% i brak aktywności na zajęciach - niedostateczny (2.0).

W - dyskusja na ćwiczeniach, kolokwium, egzamin

U - dyskusja na ćwiczeniach, kolokwium, egzamin

K - dyskusja na ćwiczeniach,

GODZINOWE EKWIWALENTY PUNKTÓW ECTS

Godzinowe ekwiwalenty punktów ECTS:

Wykład 30

Ćwiczenia 30

Konsultacje 30

Przygotowanie do zajęć w tym samodzielne rozwiązywanie zadań wskazanych przez prowadzącego zajęcia 30

Przygotowanie się do kolokwium i egzaminu, w tym zapoznanie się z literaturą 30

Łączna liczba godzin 150

Liczba punktów ECTS 5

VII. Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności studenta	Liczba godzin
Liczba godzin kontaktowych z nauczycielem	90
Liczba godzin indywidualnej pracy studenta	60

VIII. Literatura

Literatura podstawowa
<ol style="list-style-type: none"> 1. L. Drewnowski, Elementy analizy funkcjonalnej, skrypt Uniwersytet Poznański, 2008. 2. T. Pytlik, Analiza funkcjonalna, skrypt Uniwersytet Wrocławski, 2000. 3. R. Latała Analiza Funkcjonalna I*, skrypt Uniwersytet Warszawski, 2020. 4. S. Prus, A. Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach, PWN, Warszawa 2009. 5. S. Axler Linear Algebra Done Right, 2 wyd., Springer, 1997. 6. S. Axler Linear Algebra Done Right – Solutions Manual, Springer, 1997. 7. W. W. L. Chen, Linear functional analysis, https://www.williamchen-mathematics.info/Inlfafolder/Inlfa.html 8. P.R. Halmos, A Hilbert Space Problem Book, Springer, 1982 9. A. Torchinsky, Problems in Real and Functional Analysis, AMS, 2015.
Literatura uzupełniająca
<ol style="list-style-type: none"> 1. A. Alexiewicz, <i>Analiza Funkcjonalna</i>, PWN, 1969. 2. J. Musielak, <i>Wstęp do Analizy Funkcjonalnej</i>, PWN, 1989. 3. W. Rudin, <i>Analiza funkcjonalna</i>, PWN, 2001. 4. W. Kołodziej, <i>Wybrane rozdziały analizy matematycznej.</i>, PWN 1970. 5. L. A. Lusternik, W. I. Sobolew, - <i>Elementy analizy funkcjonalnej</i>, PWN, 1959. 6. J. Conway, <i>A Course in Functional Analysis</i>, Springer-Verlag, New York, 1990. 7. F. Albiac N. J KALTON. <i>Topics in BanachSpace Theory</i>, Springer, 2006. 8. L. W. Kantorowič, <i>Funkcjonal'nyj analiz</i>, Nauka, 1984 9. P.R. Halmos, <i>Introduction to Hilbert Space</i>, Chelsea Pub., 1951.