ROCZNIKI FILOZOFICZNE
Tom XXXIX-XL, zeszyt 3 – 1991-1992

ZENON EUGENIUSZ ROSKAL

LOUIS FRANÇOIS ARBOGAST I JEGO ROLA W ROZWOJU ANALIZY MATEMATYCZNEJ DRUGIEJ POŁOWY XVIII W.*

Centralne dla matematyki XVII w. zagadnienie podstaw analizy zostało częściowo rozwiązane w pracach N. Abela i A. Cauchy'ego[1], ale dopiero idee B. Bolzano, G. Cantora, R. Dedekinda i K. Weierstrassa[2] przyniosły decydujące rozstrzygnięcia. Tym w pełni satysfakcjonującym XIX-wiecznych matematyków rozwiązaniem była arytmetyzacja analizy. Równocześnie pojawiła się teoria mnogości i tym samym problem podstaw analizy zyskał nowe konteksty. Na początku bieżącego stulecia M. Fréchet i F. Hausdorff[3], rozwijając idee E. Heinego i H. Lebesgue'a będące kontynuacją prac G. Cantora i K. Weierstrassa, wypracowali zupełnie ogólny punkt widzenia na analizę. Było to w pewnym sensie nawiązanie do idei Leibniza, Eulera i Riemanna, ale przede wszystkim do prac Cantora z lat 1879-1884. Ten zupełnie ogólny sposób ujmowania problematyki analitycznej, bardzo ogólne i abstrakcyjne rozumienie pojęcia granicy, miało ważne konsekwencje teoretyczne. Najważniejszym efektem tego procesu było pojawienie się topologii. Jej dynamiczny rozwój w pierwszej połowie XX w. spowodował rozmycie ostrości problematyki podstaw analizy. Z jednej bowiem strony analiza matematyczna wydaje się mieć głębokie uzasadnienie w centralnych pojęciach teorii mnogości i topologii, ale z drugiej strony podstawowy problem rozbieżności pomiędzy intuicją geometryczną a ujęciem aksjomatycznym pozostał. Rozstrzygnięcie tego problemu na gruncie matematyki środkami jej

* Artykuł powstał w ramach dotowanego przez MEN projektu badawczego (18 VII 1990).

[1] *Cours d'analyse de l'École Polytechnique*. Paris 1821; t e n ż e. *Résumé des leçons sur le calcul infinitésimal*. Paris 1823; t e n ż e. *Leçons sur le calcul différentiel*. Paris 1829.

[2] K. Weierstrass oddziałał głównie poprzez swoje wykłady na Uniwersytecie Berlińskim oraz poprzez prace swoich uczniów.

[3] *Grunzüge der Mengenlehre*. Leipzig 1914; t e n ż e. *Mengenlehre*. Berlin 1927.

dostępnymi nie jest możliwe, gdyż przekracza jej perspektywę metodologiczną. Ostateczne rozwiązanie mogłoby się pojawić jedynie na gruncie filozofii matematyki. Problem ten jest jednak na tyle trudny i złożony, że wymaga rozwiązania wielu zagadnień cząstkowych. Jednym z nich jest rola intuicji geometrycznej w strukturach matematyki. Podstawową tendencją w matematyce XVIII w. było odchodzenie od intuicji (geometrycznej, mechanicznej i kinematycznej) na rzecz ujęcia algorytmicznego. L. F. Arbogast jest jednym z czołowych przedstawicieli tej tendencji.

Celem tego artykułu jest przedstawienie roli, jaką odegrał Arbogast w tym procesie, a przez to ukazanie jego wpływu na rozwój analizy matematycznej w drugiej połowie XVIII w. Praca ta zbiega się z 230-leciem urodzin L. Arbogasta i w związku z tym nabiera dodatkowego znaczenia – jest bowiem przypomnieniem postaci tego wybitnego i raczej niesłusznie zapomnianego matematyka.

1. *CURRICULUM VITAE*

Louis François Antoine Arbogast[4] urodził się w Mützig (Bas-Rhin), w Alzacji 4 października 1759 r. W latach 1776-1780 studiował prawo i matematykę na uniwersytecie w Strasbourgu. W 1780 r. został zarejestrowany jako adwokat przy Radzie Najwyższej Alzacji. Kariera prawnicza jednak go nie pociągała, choć działalności publicznej nigdy nie zaniechał, a w okresie Wielkiej Rewolucji Francuskiej zajmował nawet eksponowane stanowiska. Zainteresowania jego skierowane były głównie na matematykę, w tym także na historię matematyki. Około 1787 r. Arbogast uczył matematyki w Collège de Colmar, ale już w 1789 r. wyjechał do Strasbourga, gdzie uczył matematyki w École d'Artillerie i fizyki w College Royal de Strasbourg. Obok działalności naukowej prowadził również ożywioną działalność polityczną. W 1790 r. założył w Strasbourgu Towarzystwo Przyjaciół Konstytucji i stał się znaczącą osobistością w Komunie Strasbourga. W roku następnym został deputowanym z Haguenau do Zgromadzenia Narodowego, a później do Konwencji Narodowej[5]. Przejęty ideami rewolucji zbliżył się do Jakobinów. W Zgromadzeniu Ustawodawczym działał bardzo aktywnie, czego dowodem jest wybór najpierw na członka Komitetu Oświecenia Publicznego, później na sekretarza tego Komitetu, a od kwietnia 1792 r. na

[4] Obszerna biografia Arbogasta znajduje się w pracy M. Frécheta *Biographie du mathematicien alsacien Arbogast* ("Thales" 4:1937-1939 s. 43-55). Por. także: N. Nielsen. *Géomètres français sous la Révolution*. Copenhague 1929 s. 1-5; É. Barth. *Notice biographiques sur les hommes de la Révolution à Strasbourg*. Mulhouse 1887 s. 181-182; E. Sitzmann. *Dictionnaire de biographie des hommes célèbres de Alsace*. Rixheim 1909 s. 51-52.

[5] R. de Cougny. *Dictionnaire des parlementaires*. T. 1. Paris 1889 s. 84.

przewodniczącego[6]. W tym czasie przygotował plan reformy szkół wszystkich poziomów oraz wspólnie z deputowanymi z Alzacji[7] próbował wprowadzić niektóre metody pedagogiczne stosowane w Niemczech. Działał również bardzo aktywnie przy reformie systemu miar i wag[8]. W związku z niezdecydowanym stanowiskiem w sprawie Lafayette'a nie został powtórnie wybrany do Konwencji Narodowej. Ten fakt zamyka jego karierę polityczną, ale bynajmniej nie przekreśla jego kariery naukowej. Od 1792 r. był członkiem-korespondentem Instytutu Narodowego Paryskiej Akademii Nauk w klasie matematycznej, od 1796 r. został członkiem zagranicznym. Współpracował również z Petersburską Akademią Nauk. W 1789 r. brał udział w konkursie zorganizowanym przez tę Akademię na temat charakteru funkcji wchodzących w skład rozwiązania równania różniczkowego, cząstkowego wielu zmiennych[9]. Praca ta została nagrodzona i opublikowana. W 1791 r. został wybrany członkiem-korespondentem Petersburskiej Akademii Nauk[10]. W roku następnym odrzucił propozycję objęcia posady profesora rachunku różniczkowego ("instituteur d'analyse") w École Centrale de Paris (późniejsza École Polytechnique), przyjął natomiast posadę wykładowcy matematyki w École Préparatoire. Prowadził tam przyspieszony, trzy miesiące trwający, kurs analizy matematycznej. W lipcu 1795 r. wyjechał do Mützig (Bas-Rhin), gdzie w École Centrale dostał katedrę matematyki. W tym czasie zajmował się również bardzo intensywnie historią matematyki. Dokonał m.in. klasyfikacji pism pozostawionych przez o. Marina Mersenne'a. Własnoręcznie kopiował klasyczne dzieła: P. Fermata, R. Descartes'a, Johana Bernoulli'ego, P. Varignona, G. de L'Hospitala[11] i innych matematyków. Kolekcjonował również rękopisy matematyczne. Przede wszystkim jednak pracował nad dziełem swojego życia, to znaczy nad pracą *O rachunku derywacji* (*Du calcul des derivations*). W dziele tym

---

6 Tamże s. 84.

7 Współpracuje również z J. A. N. Condorcetem i G. Romme.

8 W 1793 r. wystosował raport mający na celu wprowadzenie odpowiednich zmian w podręcznikach szkolnych ("Rapport et projet de décret sur la composition de livres élémentaires destinés à l'instruction publique").

9 Temat konkursu został sformułowany następująco: Si les fonctions arbitraires, auxquelles on parvient par l'intégration des équations a trois ou plusieurs variables, représentent des courbes ou surfaces quelcoques, soit algébriques ou transcendantes, soit méchaniques, discontinues, ou produites par un mouvement volontaire de la main, ou si ces fonctions renferment seulement des courbes continues représentées par une équation algébrique ou transcendante.

10 Powiadomiony zostaje o tym fakcie specjalnym listem datowanym na 31 października 1791 r.

11 Po śmierci Arbogasta rękopisy te zostały zebrane przez jego francuskich przyjaciół. W 1839 r. zostały sprzedane antykwariuszowi Gugliemo Libri. Niektóre z tych rękopisów znajdują się obecnie w Bibliotece Narodowej w Paryżu, inne w Laurenziana Library we Florencji. Rękopisy P. Fermata i R. Descartesa będące w posiadaniu Arbogasta zostały wykorzystane przy wydawaniu dzieł zebranych tych autorów.

wszystkie jego wcześniejsze idee znajdują pełne rozwinięcie i jasne przedstawienie. Wszystko to, co było w poprzednich pracach jedynie szkicem, staje się teraz w pełni wykończone i doprecyzowane. Była to najważniejsza i zarazem ostatnia praca Arbogasta. W trzy lata później, 18 kwietnia 1803 r.[12], w pełni sił twórczych – umiera.

2. TWÓRCZOŚĆ ARBOGASTA

Wiek XVII był okresem narodzin rachunku różniczkowego i całkowego[13], ale nie był okresem badań jego podstaw. Newton i Leibniz dali dwa różne jego systemy. W obu jednak przypadkach chodziło o to samo: potrzebna była ujednolicona metoda pozwalająca usystematyzować poszczególne metody nieskończonościowe. W przypadku Newtona metodą tą była integracja całej problematyki analitycznej wokół pojęć fluksji i fluenty, w przypadku Leibniza był to algorytm rachunku wielkości nieskończenie małych. System analizy Newtona miał podstawy w intuicji mechanicznej i geometrycznej, ale nie miał siły i sprawności ujęcia algorytmicznego, zaś system Leibniza, będąc heurystycznie płodny, nie miał mocnej podstawy logicznej, a nawet prowadził w interpretacjach do sprzeczności. Było to już jasne w XVII w. Znana jest bowiem polemika Leibniza z B. Nieuwentijtem dotycząca właśnie kwestii podstaw analizy[14]. Prawdziwa polemika miała dopiero jednak nadejść. Rozpoczęło ją wystąpienie G. Berkeleya[15]. W toku polemiki ukształtowały się trzy zasadnicze stanowiska: "intuicyjne", "limitacyjne" i "algorytmiczne".

Opcja "intuicyjna" była kontynuacją poglądów Newtona i zajmowali ją matematycy angielscy: C. Maclaurin, J. Jurin i B. Robins. Stanowisko "algorytmiczne" i "limitacyjne" reprezentowali matematycy z kontynentu. Oparcie analizy matematycznej na fundamencie intuicji mechanicznej czy geometrycznej było bardzo

---

[12] *Dictionnaire de biographie française* (T. 3. Paris 1933 s. 274) błędnie podaje datę śmierci na 8 kwietnia 1805 r.

[13] Por. np. C. B. B o y e r. *Historia rachunku różniczkowego i całkowego i rozwój jego pojęć*. Tłum. S. Dobrzycki. Warszawa 1964 s. 267-318; N. B o u r b a k i. *Elementy historii matematyki*. Tłum. S. Dobrzycki. Warszawa 1980 s. 209-242.

[14] J. H e r m a n n. *Responsio ad* [...] *B. Nieuwetijt considerationes secundas circa calculi differentialis principia*. Basileae 1701.

[15] G. B e r k e l e y. *The Analyst: or a discourse adressed to an infidel mathematician. Wherein it is examined whether the object, principles and inferences of the modern analysis are more distinctly conceived, or more evidently deduced, than religious mysteries and points of faith*. London 1734. Bardzo obszernie o tej polemice pisze F. Cajori (*A History of the conceptions of limits and fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse*. Chicago–London 1919 s. 57-190).

wygodne, ale z punktu widzenia matematyki było bardzo niekorzystne, gdyż w poważnym stopniu krępowało jej rozwój. Ufundowanie analizy na pojęciu granicy przywracało jej ścisłość, ale było heurystycznie jałowe, natomiast ujęcie algorytmiczne, heurystycznie bardzo płodne wprowadzało wątpliwość co do jej ścisłości. Wyjściem z tej sytuacji było połączenie ścisłości ujęcia limitacyjnego z heurystyczną płodnością ujęcia algorytmicznego. Takie rozwiązanie proponował już L. Carnot[16], ale w pełni je rozwinął A. Cauchy[17]. W wyniku tego procesu dokonała się zasadnicza zmiana w samym rozumieniu matematyki. Był to początek formowania się ujęcia formalistycznego. Największy wpływ miała opcja algorytmiczna. To właśnie matematycy tworzący w tym nurcie najbardziej wpłynęli na zmianę rozumienia metod nieskończonościowych, a także całej matematyki. Niewątpliwie była to kontynuacja myśli Leibniza. Poprzez jego bezpośrednich uczniów: Jana i Jakuba Bernoullich oraz ich uczniów: L. Eulera i G. L'Hospitala ujęcie to zostało rozpropagowane i utrwalone. W nawiązaniu do tych idei oraz do prac matematyka angielskiego J. Landena[18], J. L. Lagrange stworzył bardzo interesującą propozycję teoretyczną, zwaną algebraizacją analizy. Najogólniej rzecz biorąc chodziło o to, by rachunek różniczkowy sprowadzić do systemu algorytmów o jednakowej, algebraicznej notacji. Idea ta sprowadzała się zatem do powtórzenia tego, co wcześniej F. Viète uczynił dla teorii równań, a Kartezjusz dla geometrii. Lagrange, korzystając z bardzo ważnych wyników, jakie uzyskano w teorii szeregów, postanowił sprowadzić operację różniczkowania do formalnej operacji rozwijania funkcji w szereg. Nie było to jeszcze ujęcie w pełni formalistyczne, gdyż Lagrange, podobnie jak Berkeley i Carnot[19], rację poprawności wyników otrzymywanych w rachunku nieskończonościowym widział w zasadzie kompensacji błędów. Swój algorytmiczny punkt widzenia na analizę rozwinął najpierw w rozprawie zatytułowanej *O nowym rodzaju rachunku dotyczącego różniczkowania i całkowania wielkości zmiennych*[20], a później w fun-

---

[16] *Dissertation sur la theorie de l'infini mathematique*. Rozprawa ta nigdy nie została opublikowana, jej rękopis znajduje się w Centralnym Archiwum Niemieckiej Akademii Nauk w Berlinie. Sign. A. A. W. 1261-62. Preisschrift N° 5 für das Jahr 1786. Fotokopię można znaleźć w książce Ch. Gillisipie. *Lazare Carnot savant* [...] *with facsimile reproduction of his unpublished writings on mechanics and the calculus and an essay concerning the latter by A. P. Youschkevitsch* (Princeton 1971).

[17] *Leçons sur le calcul différentiel*. Paris 1829.

[18] *A discourse concerning residual analysis: a new branch of algebraic art*. London 1758.

[19] *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*. Paris 1797.

[20] J. L. Lagrange. *Sur une nouvelle espece de calcul relatif a l'integration des quantites variables*. "Nouveaux Mémoires de l'Académie des Sciences et Belles-Lettres, années 1772, avec l'Histoire de la même année" s. 185-221. Przedruk: J. A. Serret, G. Darboux [édit.]. *Oeuvres de Lagrange*. T. 3. Paris 1869 s. 441-476.

damentalnym dziele *Teoria funkcji analitycznych*[21]. Do idei tych nawiązali M. J. Condorcet[22], F. J. Servois[23] i L. F. Arbogast.

W kwietniu 1789 r. Arbogast przedstawił Paryskiej Akademii Nauk rozprawę zatytułowaną *Essai sur les nouveaux principes du calcul différentiel et du calcul intégral, indépendants de la théorie des infiniment petits et de celle des limites*, w której nawiązując do idei Lagrange'a, próbował oprzeć analizę na systemie algorytmów różniczkowych. W maju tego roku zrecenzowali ją J. L. Lagrange i A. M. Legendre, ale recenzja się nie zachowała, a praca nie została wydrukowana[24]. Streszczenie tej pracy podaje Arbogast we wstępie do swojego głównego dzieła *O rachunku derywacji*, w którym rozwija ją i doprowadza do postaci wykończonej.

Drugim, obok zagadnienia podstaw analizy, bardzo ważnym dla dalszego rozwoju matematyki było zagadnienie struny drgającej[25]. W tym się przejawia m.in. klimat matematyki XVIII-wiecznej, że zagadnienia czysto matematyczne rozwiązywano na gruncie mechaniki. Tak powstała większość problematyki rachunku różniczkowego i wariacyjnego, w ten też sposób kształtował się aparat pojęciowy analizy. Z drugiej strony poszukiwania podstaw analizy w intuicji mechanicznej czy geometrycznej, nie dając zadowalających rozstrzygnięć, spowodowały proces odwrotny. Tym razem chodziło o to, by zagadnienia mechaniczne ująć czysto analitycznie. Proces ten zapoczątkowany pracami L. Eulera[26] i J. le Rond d'Alemberta[27] doprowadził do mechaniki analitycznej Lagrange'a.

Spór o całkę równania falowego został zapoczątkowany polemiką pomiędzy Eulerem i d'Alembertem w związku z pracami d'Alemberta dotyczącymi drgań struny[28]. Istota sporu sprowadzała się do problemu rozszerzenia klasy funkcji,

---

[21] J. L. L a g r a n g e. *Théorie des fonctions analytiques contenant les principes du calcul differentiel, degages de toute consideration d'infiniment petits, d'evanouissants, de limites et de fluxions, et reduits a l'analyse algebraique des quantites finies*. Paris 1797. Przedruk: J. A. S e r r e t, G. D a r b o u x [edit.]. *Oeuvres de Lagrange*. T. 9. Paris 1881.

[22] *Traité du calcul intégral*. Praca ta nie została ani dokończona, ani opublikowana, jej rękopis znajduje się w Bibliothèque de l'Institut de France. MS. N° 877-879.

[23] *Essai sur un nouveau mode d'exposition des principes du calcul différentiel; suivi de quelques réflexions relatives aux divers points de vue sous lesquels cette branche d'analise a été envisagée jussqu'ici, et, en général, à l'application des systèmes métaphysiques aux sciences exactes*. Nismes 1814.

[24] Praca ta nigdy nie została opublikowana, ale jej rękopis zachował się i znajduje się obecnie w Biblioteca Laurentiana. Codex Ashburnham. Appendix. Sign. 1840.

[25] O zagadnieniu struny drgającej pisze obszernie I. Grattan-Guinness (*The development of the foundations of mathematical analysis from Euler to Riemann*. Massachusetts–London 1970 s. 2-21).

[26] *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*. T. 1-2. Petropoli 1736.

[27] *Traité de la dynamique*. Paris 1743.

[28] G r a t t a n - G u i n n e s s. *The development* s. 2-5.

które są rozwiązaniem (całką) równania falowego. Euler w swojej pracy *O drganiu struny*[29] był zwolennikiem rozszerzenia klasy funkcji rozwiązań, dopuszczając funkcje nieciągłe (w jego sensie[30], a nawet funkcje nieanalityczne (w sensie współczesnym). D'Alembert natomiast stał na stanowisku ograniczenia klasy funkcji rozwiązań do funkcji ciągłych. Później do polemiki włączyli się D. Bernoulli (proponując ogólne rozwiązanie w postaci szeregu trygonometrycznego) i J. Lagrange (idąc w ślady Eulera).

Praca Arbogasta pomyślana była jako wypowiedź konkursowa. W 1787 r. został bowiem zorganizowany konkurs na temat charakteru funkcji wchodzących w skład rozwiązania równania cząstkowego wielu zmiennych. Organizatorem konkursu była Petersburska Akademia Nauk. Podstawowym wynikiem tej pracy, zatytułowanej *Mémoire sur la nature des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux dérivées partielles. Présenté à L'Academie Impériale de Péterbourg pour concourir au Prix proposé en 1787 et couronné dans l'Assemblée du 29 novembre 1790 par M. Arbogast, professeur de mathématiques à Colmar*, było wprowadzenie dystynkcji pojęciowej. Arbogast, idąc za Eulerem, wprowadza obok pojęcia ciągłości funkcji (*continuité*) pojęcie "przylegania" funkcji (*contiguité*). Ciągłość funkcji rozumie jako możliwość określenia jej za pomocą jednego wyrażenia analitycznego w całym przedziale zmienności argumentu, natomiast "przyleganie" funkcji rozumie jako brak nieciągłości pierwszego rodzaju (w terminologii współczesnej).

Jak zauważa I. Grattan-Guinness[31], terminologia ta była niezręczna, a nawet myląca, ale idea była słuszna. W efekcie uzyskiwano bowiem bardziej abstrakcyjne pojęcie funkcji, co z kolei umożliwiało odkrycie funkcji nieanalitycznych. Rozróżnienie to okazało się bardzo ważne dla rozwoju pojęcia funkcji[32], a w konsekwencji także dla lepszego zrozumienia metod analitycznych. Tym sposobem Arbogast znalazł się na głównej linii rozwoju analizy, na linii wyznaczonej przez dwa największe umysły matematyczne XVIII w. – Eulera i Lagrange'a. Świadczy to niewątpliwie o jego wielkim talencie i intuicji matematycznej. Praca ta została nagrodzona i opublikowana w Petersburgu w 1791 r.[33] Podstawowe

[29] Tamże s. 6-8.

[30] Funkcja jest nieciągła w sensie Eulera (*discontinuae*), jeżeli nie jest zadana w całym obszarze określoności za pomocą jednego wyrażenia analitycznego. W tym sensie funkcja $y=|x|$ jest nieciągła. Funkcje ciągłe to funkcje zadane w całym obszarze określoności za pomocą jednego wyrażenia analitycznego. W tym sensie funkcja $y = \frac{1}{x}$ jest ciągła (*continuae*). Obok funkcji ciągłych i nieciągłych Euler wyróżniał jeszcze funkcje mieszane (*mixtae*).

[31] *The development* s. 17-18.

[32] Na temat rozwoju pojęcia funkcji od starożytności aż po czasy współczesne pisze A. P. Juszkiewicz (*O razwitii poniatia funkcji*. "Istoriko-Matiematiczieskije Issledowanija" 17:1966 s. 123-150).

[33] O historycznym kontekście tego i nagrodzonej pracy Arbogasta pisze P. Jourdain (*The origins of*

idee zawarte w tym dziele rozwija następnie w swojej głównej pracy *O rachunku derywacji.*

W rozprawie tej autor przedstawia formalne algorytmy o charakterze różniczkowym służące do rozwijania w szeregi potęgowe funkcji jednej lub wielu zmiennych. Derywacje, o których pisze i które oznacza symbolami: $D, D^2, \ldots, D^n$, stanowią operatory różniczkowe typu pochodnych[34]. Praca składa się z dwóch zasadniczych części. W pierwszej, przy założeniu, że każda funkcja może być przedstawiona przez uogólniony szereg potęgowy oraz że rozwinięcie dwumianu jest ważne dla wszystkich wykładników rzeczywistych[35], wyznacza różniczki różnych rzędów za pomocą szeregu Taylora[36]. W drugiej części omawia teorię styczności krzywych płaskich i oblicza różniczki pola i długość łuku krzywej we współrzędnych prostokątnych. Jest to ujęcie bardzo ścisłe i zarazem bardzo ogólne. Poza tym poprzez obecność elementów rachunku formalnego aparat pojęciowy analizy jest o wiele bardziej przejrzysty. Te momenty wyraźnie podkreśla współczesny jemu historyk matematyki, pisząc: "Mais il faut voire dans le volume d'Arbogast le détail de ces régles, et des notations qu'il emploie, elles sont simples, peu nombreuses, caractéristiques, analytiques. Elles procururent à l'analyse un avantage bien sensibile, celui de pouvoir fair entrer dans les calculus l'expression, symbolique d'un terme quelconque du développement d'une fonction, d'un ou de plusierurs polynomes. [...] Ce nouveau calcul influera nécessairement sur les progrès de l'analyse: il donne à la science des développements une facilité et une simplicité inconnues jusqu'a ce jour; il fournit à l'analyse de nouveaux moyens aussi puissans que variés"[37]. Podobnie jak Lagrange, Arbogast zakłada, że każda funkcja może być przedstawiona przez uogólniony szereg potęgowy:

$$y = Ax^{\alpha} + Bx^{\beta} + Cx^{\gamma} + \ldots, \alpha, \beta, \gamma \in R$$

Cauchy's conceptions of a definite integral and of the continuity of a function. "Isis" 1:1913 s. 675-677).

[34] Szczegółowy wykład rachunku derywacji Arbogasta podaje W. Buniakowskij (*Leksikon czistoj i prikładnoj matiematiki*. T. 1. Sankt-Petersburg 1839 s. 349-354).

[35] Zupełnie analogicznie podchodzi do tego zagadnienia J. L. Lagrange (*Théorie*. Paris 1797 s. 43-54).

[36] Termin "szereg Taylora" wydaje się historycznie mało usprawiedliwiony, gdyż był już znany wcześniej, np. Newtonowi. B. Taylor podaje go po raz pierwszy w liście do J. Machina z dnia 26 lipca 1712 r. W roku 1784 Condorcet nazywa go "twierdzeniem Taylora", a w roku 1786 S. Lhuillier – "szeregiem Taylora".

[37] J. E. Montucla. *Histoire des mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis l'origine jusqu'à nos jours; où l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des mathématiques, les contestations qui sont élevées entre les mathématiciens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres*. T. 4. Paris 1802 s. 660-661.

oraz że rozwinięcie dwumianu jest ważne dla wszystkich wykładników rzeczywistych. Przyrost funkcji y o wielkość skończoną Δy zapisuje w następujący sposób:

$$y + \Delta y = \begin{Bmatrix} Ax^{\alpha} \\ +Bx^{\beta} \\ +Cx^{\gamma} \\ +\vdots \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Ax^{\alpha'} \\ +Bx^{\beta'} \\ +Cx^{\gamma'} \\ +\vdots \end{Bmatrix} \Delta x + \frac{1}{1\cdot 2} \begin{Bmatrix} Ax^{\alpha''} \\ +Bx^{\beta''} \\ +Cx^{\gamma''} \\ +\vdots \end{Bmatrix} \Delta x^2 + \dots$$

Wyrażenia w klamrach (z wyjątkiem pierwszego, które równe jest y) oznacza przez: p, q, r, ...
Przy tych oznaczeniach przyrost funkcji y o wielkość Δy zapisuje:

$$y + \Delta y = y + p\Delta x + \frac{1}{1\cdot 2} q\Delta x^2 + \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} r\Delta x^3 + \dots$$

Dalej stwierdza, że współczynniki tego szeregu tzn. p, q, r, ... wywodzą się jedne z drugich według tej samej metody, według której współczynnik Δx wywodzi się z funkcji y. Dla dostatecznie małego Δx szereg ten jest zbieżny, a współczynniki: p, q, r, oznaczają odpowiednio: pierwszą, drugą i trzecią pochodną funkcji y.

Arbogast wyraźnie traktuje operacje występujące w rachunku różniczkowym takie, jak obliczanie pochodnych funkcji, jako działania operatorów na zadane funkcje. Operatory te (tzn. operatory różniczkowe) rozumie jako obiekty samodzielne, sugerując możliwość działań na nich, tzn. widzi możliwość konstrukcji rachunku operatorowego. Taki bardzo ogólny i zarazem bardzo nowoczesny punkt widzenia stawia Arbogasta w szeregu tych matematyków, którzy stworzyli dzisiejszy kształt matematyki. Konsekwencją ogólnoalgebraicznego podejścia do problematyki analitycznej jest systematyczne eliminowanie z aparatu pojęciowego analizy pojęcia "nieskończenie małej". Wiąże się to bezpośrednio z odrzuceniem intuicji geometrycznej i mechanicznej, i to zarówno jako przesłanki w procedurach dowodowych, jak i logicznej podstawy metod nieskończonościowych. W efekcie uwalniało to analizę, a także mechanikę, od konstruowania poglądowych modeli abstrakcyjnych teorii. W matematyce można było konstruować nowe obiekty bez konieczności interpretowania ich w już istniejących teoriach i obiektach, a w mechanice można było budować coraz bardziej abstrakcyjne teorie, pozwalające unifikować coraz większe klasy zjawisk. Możliwym się stał swobodny rozwój mechaniki i matematyki, a w dalszej perspektywie ukształtowanie się jej formalistycznego rozumienia.

*

Druga połowa XVIII w. była okresem o znaczących wydarzeniach tak w nauce (w szczególności w matematyce), jak i w życiu społecznym. L. F. A. Arbogast brał aktywny udział zarówno w jednych, jak i w drugich. Dał się poznać jako reformator życia publicznego oraz jako utalentowany matematyk. Jego intuicja matematyczna pozwoliła mu na uczestnictwo w rozwiązywaniu centralnych zagadnień matematyki tamtego okresu. Jego prace dotyczyły bowiem najbardziej dyskutowanych zagadnień. Rozwiązania, jakie dał, były w duchu tych, jakie przedstawili XIX-wieczni reformatorzy analizy. Można też przyjąć, że prace jego w poważnym stopniu przyczyniły się do stworzenia sprzyjającego wielkim przemianom klimatu intelektualnego. Z dzisiejszego punktu widzenia, kiedy zdobycze te są już mocno ugruntowane i nikogo nie dziwią, bardzo łatwo jest nie docenić ogromu wysiłku, jaki był konieczny do przełamania starych nawyków myślowych. Odejście od intuicji geometrycznej w procedurach dowodowych było krokiem bardzo trudnym, ale jak pokazała historia, koniecznym. Jej rola dowodowa we współczesnej matematyce praktycznie nie istnieje, ale nie da się zaprzeczyć jej roli heurystycznej. Swobodny rozwój matematyki i coraz bardziej abstrakcyjny jej charakter to właśnie efekty algebraizacji XVIII-wiecznej analizy. A właśnie algebraiczne i algorytmiczne ujęcie problematyki analitycznej było m.in. udziałem Arbogasta. Na tym też polega jego rola w rozwoju analizy drugiej połowy XVIII w. oraz znaczenia jego twórczości dla matematyki.

BIBLIOGRAFIA

A. Źródła

A r b o g a s t L. F. A.: Essai de nouveaux principes du calcul différentiel et integral indépendants de la théorie des infiniment petits et de celle des limites.

T e n ż e : Mémoire sur la nature des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux dérivées partielles. St. Petersbourg 1791.

T e n ż e : Du Calcul des dérivations et de ses usages dans la théorie des suites et dans le calculi différentiel. Strasbourg 1800.

B. Ważniejsze opracowania

F r ę c h e t M.: Biographie du mathematicien alsacien Arbogast. "Thales" 4:1937-1939 s. 43-55.

G r a t t a n - G u i n n e s s T.: The Development of the Foundations of Mathematical Analysis from Euler to Riemann. Massachusetts–London 1970 s. 17-18.

J o u r d a i n P. E. B.: The Origins of Cauchy's Conceptions of a Definite Integral and of the Continuity of a Function. "Isis" 1:1913 s. 675-677.
N i e l s e n N.: Géométres français sous la Révolution. Copenhagen 1929 s. 1-5.
Z i m m e r m a n n K.: Arbogast als Mathematiker und Historiker der Mathematik. Heidelberg 1934.

L. F. ARBOGAST UND SEINE ROLLE IN DER ENTWICKLUNG DER MATHEMATIKANALYSE DES XVII JAHRHUNDERTS

Z u s a m m e n f a s s u n g

Laufendes Jahres vergehen 230 Jahre seit dem Geburtstag L. F. A. Arbogasts und 200 Jahre seit der Grossen Französischen Revolution. Diese Ereignisse verbindet die Person des elsässischen Mathematikers des achtzehnten Jahrhunderts. Er war ein Symbol dieser Epoche, indem er den Geist der Revolution und der Aufklärung verband. Auf der einen Seite war er ein einflussreicher gesellschaftlicher und politischer Aktivist, auf der anderen Seite einer der hervorragendsten Mathematiker der Aufklärung. Seine gesellschaftliche und wissenschaftliche Tätigkeit stellten eine Einheit dar, die das intellektuelle Klima des achtzehnten Jahrhunderts in Frankreich symbolisierte.

Dieser Artikel hat ein Ziel, die Person dieses Mathematikers und vor allem seine Rolle, die er für die Entwicklung der Analyse in der zweiten Hälfte des achtzehnten Jahrhunderts spielte, in Erinnerung zurückzuführen und die historische Perspektive, die dieses Thema mehr passend erfassen lässt, vollständiger darzustellen.